ADAM Research

Berechnungen und Dienstleistungen

White Paper No. 8
Kurzschlussstrom und Temperatur
Short-Circuit Current and Temperature

Frage: Wie lange darf ein Kurzschlussstrom in einer Leiterbahn fließen, damit ein bestimmter Temperaturwert nicht überschritten wird?

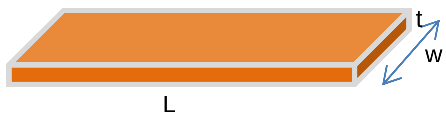
Formelbuchstaben und Einheiten.

I	Kurzschlussstrom	A
Δt	Zeitdauer des Kurzschlussstroms	s
ΔT	Temperaturerhöhung der Leiterbahn (vorzugeben)	K
T_L	Leitertemperatur im Normalbetrieb	℃
c_p	Spezifische Wärmekapazität	J/(kg*K)
ρ	Dichte	kg/m³
λ	Wärmeleitfähigkeit	W/(m·K)
M	Masse	kg
ρ_{el}	Spezifischer elektrischer Widerstand (von Cu)	Ω*m²/m
R	Elektrischer Widerstand	Ω
L	Länge	m
V	Volumen	m³
d	Dicke	mm
b	Breite	mm
F	Leiterbahnquerschnitt	m² bzw. mm²

Annahmen: Wir betrachten den *Grenzfall* eines *sehr kurzen Strompulses*. Dann kann man annehmen, dass die im Leiter erzeugte Wärme im Leiter selbst oder in seiner unmittelbar nächsten Umgebung während des Strompulses stecken bleibt (*adiabatische Näherung*). Die Wärmeabfuhr durch Wärmeleitung und Konvektion muss dann nicht berücksichtigt werden. Außerdem wollen wir den Leiter *nicht zum Schmelzen* bringen.

Alles Folgende ist Schätzung, weil die physikalischen und geometrischen Größen Annahmen sind und keine 3D Effekte behandelt werden können.

Question: What is the maximum time allowed for a short-circuit current in a trace, so that a specified temperature is not exceeded?



Letters and Units.

I	Short-circuit current	Amp
Δt	Duration of short-current	sec
ΔT	Temperature rise in the trace (to be given)	Kelvin
T_L	Trace temeprature under normal conditions	deg C
c_p	Specific heat capacity	J/(kg*K)
ρ	Density	kg/m³
k	Conductivity of heat	W/(m·K)
M	Mass	kg
ρ_{el}	Specific electric resistivity (of copper)	Ohm*m²/m
R	Electric resistance	Ohm
L	Length	meter
V	Volume	m³
t	Thickness	mm
w	Width	mm
A	Cross-section of trace	m² or mm²

Assumption: We consider the *limit case* of a *very short pulse of current*. Then we may assume that the heat which is created in the conductor is not leaving the trace or is not penetrating too much into the surrounding material during the pulse (*adiabatic approximation*). Heat conduction and convection has not to be considered in this case.

Moreover, *we don't want to melt the copper*.

Everything below is estimates, because the physical and geometric quantities are mere assumptions and no 3D effects can be treated.

Die folgende Gleichung beschreibt den Gewinn an Wärmeenergie des Leiterbahnvolumens durch einen Wärmeeintrag durch elektrischen Strom (Joulesche Wärme) über die Zeit Δt

$$c_p \cdot M \cdot \Delta T = R \cdot I^2 \cdot \Delta t$$

Die Einheit auf beiden Seiten ist W·s=Joule. *M* und *R* hängen von der Leitergeometrie ab, c_p ist ein Materialwert. Mit den Grundformeln für Masse und elektrischen Widerstand folgt

$$c_p \cdot \rho \cdot V \cdot \Delta T = \rho_{el} \frac{L}{F} \cdot I^2 \cdot \Delta t$$

und, da $V=L*F$, gilt

$$c_p \cdot \rho \cdot L \cdot F \cdot \Delta T = \rho_{el} \frac{L}{F} \cdot I^2 \cdot \Delta t \, .$$

Hier kürzt sich die Leiterlänge und man kann zusammenfassen zu

$$\boxed{\Delta T = \frac{\rho_{el}}{c_p \cdot \rho} \cdot \left(\frac{I}{F}\right)^2 \cdot \Delta t} \qquad (1)$$

I/F bezeichnet man auch als Stromdichte (A/m²). Auf die Temperaturabhängigkeit des spezifischen elektrischen Widerstands haben wir verzichtet, da es sich von Natur aus nur um eine Näherung handelt.

Jetzt müssen wir uns für die *Materialwerte* entscheiden. ρ_{el} von Kupfer bei 20 ℃ ist 0.0175 Ω mm²/m bzw. $1.75 \cdot 10^{-8}$ Ω m²/m. Für Betriebstemperaturen von Leiterplatten können wir auf $\rho_{el} \approx 2 \cdot 10^{-8}$ Ωm aufrunden. c_p und ρ für Kupfer und FR4 sind

Cu: c_p=385 J/kgK , ρ=8900 kg/m³, $\rho \cdot c_p \approx 3\ 10^6$

FR4: $c_p \approx 1000$ J/kgK , ρ≈1200 kg/m³ ,$\rho \cdot c_p \approx 1.2\ 10^6$

Wir nehmen die Cu-Werte und rechnen F ferner von m² auf mm² um

$$\Delta T = 6 \cdot 10^{-14} \cdot 10^{12} \cdot \left(\frac{I}{\frac{(1\,\mathrm{m})^2}{(10^3\mathrm{mm})^2} \frac{F}{\mathrm{m}^2}} \right)^2 \cdot \Delta t$$

es folgt somit für Gl. (1)

$$\Delta T = 6 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\frac{I}{F(\mathrm{mm}^2)}\right)^2 \cdot \Delta t \qquad (2)$$

Wir können auch nach der Zeitspanne Δt auflösen

The following equation describes the gain of thermal energy (l.h.s.) by electric energy (Joule heating) (r.h.s.) in a piece if matter over a time span Δt

$$c_p \cdot M \cdot \Delta T = R \cdot I^2 \cdot \Delta t$$

The unit on both sides is W·s=Joule. *M* and *R* depend on the geometry of the trace, c_p is a material value. Using the basic relations for mass and electric resistance we rewrite

$$c_p \cdot \rho \cdot V \cdot \Delta T = \rho_{el} \frac{L}{A} \cdot I^2 \cdot \Delta t$$

and, because $V=L*A$, we get

$$c_p \cdot \rho \cdot L \cdot A \cdot \Delta T = \rho_{el} \frac{L}{A} \cdot I^2 \cdot \Delta t \, .$$

Here the length of the conductor cancels and we summarize

$$\boxed{\Delta T = \frac{\rho_{el}}{c_p \cdot \rho} \cdot \left(\frac{I}{A}\right)^2 \cdot \Delta t} \qquad (1)$$

I/A is called current density (A/m²). We neglect that the electric resistance is temperature dependent, because we would like to get an easy to use estimate.

Now we have to choose material data to get numerical values. ρ_{el} of copper at 20 degC is 0.0175 Ω mm²/m or $1.75 \cdot 10^{-8}$ Ω m²/m, resp. For the typical operational temperatures of traces we round-up to $\rho_{el} \approx 2 \cdot 10^{-8}$ Ωm. c_p and ρ for copper and FR4 are

Cu: c_p=385 J/kgK , ρ=8900 kg/m³, $\rho \cdot c_p \approx 3\ 10^6$

FR4: $c_p \approx 1000$ J/kgK , ρ≈1200 kg/m³ ,$\rho \cdot c_p \approx 1.2\ 10^6$

If we take the copper values and convert A from m² to mm²

$$\Delta T = 6 \cdot 10^{-14} \cdot 10^{12} \cdot \left(\frac{I}{\frac{(1\,\mathrm{m})^2}{(10^3\mathrm{mm})^2} \frac{A}{\mathrm{m}^2}} \right)^2 \cdot \Delta t$$

we get for Eq. (1)

$$\Delta T = 6 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\frac{I}{A(\mathrm{mm}^2)}\right)^2 \cdot \Delta t \qquad (2)$$

This we can resolve for the duration Δt

$$\boxed{\Delta t \approx 170 \cdot \Delta T \cdot \left(\frac{F(\text{mm}^2)}{I} \right)^2} \quad (3)$$

Nach DIN/VDE 0298 Teil 4 ist bei beliebigen Isolierungen die max .Endtemperatur des Leiters auf T_{max} = 160 ^{0}C begrenzt, wenn eine Weichlötung vorliegt. Das trifft bei Leiterplatten ebenfalls zu (Röske, 2000).

Dann gilt mit $\Delta T = T_{max} - T_L$

$$\Delta t = 170 \cdot (160 - T_L) \cdot \left(\frac{F(\text{mm}^2)}{I} \right)^2$$

Diese Art der Berechnung hat bereits. Die Einheit von Δt ist in unserer „Meyer-Gleichung“ die Sekunde.

Wie lange gilt die adiabatische Näherung?

Sie gilt, solange Δt kürzer ist als die Wärme braucht um aus dem Leiter heraus zu diffundieren und bevor die Kühlung durch Wärmeleitung und Konvektion beginnen würde. Zur Abschätzung muss die Wegstrecke Δx dieser Diffusion vorgegeben werden. Die Wärmeleitungsgleichung (oder Diffusionsgl.) gibt dann folgenden Zusammenhang

$$\Delta t \approx \frac{\rho C}{\lambda} (\Delta x)^2$$

Nehmen wir an, dass unter der Leiterbahn innerhalb Δt das FR4 seinen Glaspunkt erreicht haben soll. Wir wählen für Δx eine Prepregdicke von der Größenordnung 100 mu. Die Wärmeleitfähigkeit von prepregs ist mindestens 0.3 W/mK, so dass mit diesen Zahlenwerten

$$\Delta t << 40 \text{ ms} .$$

Was ist der Haken an dieser Schätzung?

Schon die geringe Lauflänge von 100 mu entzieht genug Wärme, so dass sich die Temperatur des Leiters reduziert. Je länger der Kurzschlussstrom dauert, desto mehr überschätzt Gl. (2) die Temperatur.

Literatur.

Rupalla, M. http://www.schmelzleiter.de/Geschichte/SL_geschichtliches.html

Röske, S., Manuskript (2000). Priv. Mitt. H. Poschmann

5.6.2013

$$\boxed{\Delta t \approx 170 \cdot \Delta T \cdot \left(\frac{A(\text{mm}^2)}{I} \right)^2} \quad (3)$$

According to DIN/VDE 0298 Teil 4 the maximum final temperature of insulated cables in soft-soldering technique is T_{max} = 160 degC, This is also the case for PCBs (Röske, 2000):

Then, there is a maximum value for an allowed temperature increase of $\Delta T = T_{max} - T_L$ (derating) which leads to

$$\Delta t = 170 \cdot (160 - T_L) \cdot \left(\frac{A(\text{mm}^2)}{I} \right)^2$$

This type of calculation has been done by G.J. Meyer already in 1908 (M. Rupalla priv. communication).Unit of Δt in our “Meyer equation” is seconds.

What is the valid maximum duration for the adiabatic approximation?

It is valid, as long as Δt is shorter than the time the heat needs to diffuse out of the conductor and before cooling by conduction and convection starts. For an estimate, the length of the path Δx must be given. The equation of conductivity (or diffusion) relates Δt and Δx by

$$\Delta t \approx \frac{\rho C}{k} (\Delta x)^2 .$$

Let us assume, that within Δt the FR4 below the trace should have reached its glass point. We chose for Δx a typical prepreg thickness of 100 microns. The conductivity of heat of prepregs is around 0.3 W/mK, so that we get

$$\Delta t << 40 \text{ ms} .$$

What is the pitfall with this estimate?

Even at short distances of 100 microns, enough heat is extracted, so that the temperature of the trace drops substantially. The longer the duration of the short circuit, the more Eq. (2) is overestimating the temperature.

Literature.

Rupalla, M. http://www.schmelzleiter.de/Geschichte/SL_geschichtliches.html

Röske, S., Manuskript (2000). Priv. Mitt. H. Poschmann

5.6.2013